高計算コストな最適化問題に向けた事前検証型アンサンブル適応差分進化

○西原 慧 [1] 中田 雅也 [1] （[1] 横浜国立大学大学院）

High-level Ensemble of Adaptive Differential Evolution with Prior-validation toward Computationally Expensive Optimization Problems

∗K. Nishihara[1] and M. Nakata[1] ([1]Yokohama National University Graduate School)

Abstract: Computational expensive optimization problems (CEPs) are widely seen in real-world applications. In this domain, high-performance solution derivation with as few fitness evaluations (FEs) as possible is required. Ensemble adaptive DEs, which consist of heterogeneous adaptive DEs, have the potential to improve performance with suitable adaptive DEs found in a larger algorithm space than that of a single adaptive DE, but they also make it difficult to find a suitable adaptive DE due to a large algorithm search space. This paper proposes a new ensemble adaptive DE with a prior validation that estimates a suitable adaptive DE every generation without additional FEs before solution generation. Experimental results show that our proposal outperforms existing methods and has a better convergence speed.

Key Words: Adaptive Differential Evolution, Ensemble Evolutionary Computation, Computationally Expensive Optimization Problems

1　はじめに

実社会には，解評価に時間がかかる高計算コストな最適化問題（Computationally Expensive Optimization Problems: CEP）が多く存在する [1)]．例として，航空機形状設計 [2)] や人工ニューラルネットワークモデルの構造設計 [3)] が挙げられる．ここでは，可能な限り少ない解評価での高性能な解導出が求められる．一方で，進化計算の最適化性能はパラメータ設定に強く依存することが指摘されており [4)]，問題や探索状況に応じてパラメータを適切に調整することで性能は向上するが，問題や挙動の複雑性から調整指針のほとんどは不明である．ここで，CEP では一回の試行に非常に長い時間を要するため，問題を繰り返し解くオフラインの方法でパラメータを試行錯誤的に調整する余裕はない．

そこで，一回の探索中にオンラインに，パラメータを問題や探索状況に自動特化させる最適化技術である適応進化計算は，CEP が想定する数百〜数千回などの少ない解評価回数 [5)] で適応が適切に成されるのであれば，CEP に有効な方法論になり得る．適応進化計算は，あらかじめ用意した適応の選択肢をアンサンブルして好適な候補を選択する，アンサンブル手法とみなすことができる．このアンサンブルの方法論は二つに大別できる [6)]．一つは，進化計算のパラメータや遺伝的オペレータ（突然変異・交叉戦略など）をアンサンブルしてこれらを適応する Low-level アンサンブルであり，もう一つは，一つのフレームワークが複数の進化計算を内包して適応的に使用する High-level アンサンブルである．本稿では，適応進化計算のうち盛んに改良手法が提案されている手法群である，適応差分進化（適応 DE）を扱う．以降では，Low-level アンサンブルの適応 DE を単に適応 DE と，異種の適応 DE を High-level にアンサンブルする手法をアンサンブル適応 DE とそれぞれ呼ぶ．

一般に，適応 DE をアンサンブル適応 DE に拡張した際には，最適化性能の向上の可能性と，アルゴリズム空間を探索する困難さの増加のトレードオフが発生する．具体的には，No Free Lunch Theorem [7)] が示唆するように，アンサンブル適応 DE への拡張により適応の選択肢が広がると適応可能な最適化問題が増え，性能を大きく向上する可能性がある．一方で，膨大化したアルゴリズム探索空間から好適なアルゴリズムやパラメータを見つける困難さが増加する．実際，著者らの調査の限りでは，アンサンブル適応 DE の既存手法は以下の三つのみと非常に少なく，前述のトレードオフを克服して性能向上する手法の実現は困難であることが窺える．特に少ない解評価回数でこれは顕著になる．HMJCDE [8)] は，局所探索指向の適応 DE である JADE [9)] と，大域探索指向の適応 DE である CoDE [10)] を，これらの指向をそれぞれ更に高める形で改良してアンサンブルする．適応法として，HMJCDE は一方の適応 DE を採用し，最良解の評価値改善率（Fitness Improvement Rate: FIR）が一定世代間に渡り閾値以下となり探索が停滞する度に，もう一方の適応 DE に切り替える．MVC-* [11)] では EPSDE [12)]，SHADE [13)]，CoBiDE [14)] とその改良手法をアンサンブルし，バリエーション毎に使用する適応 DE の名称が*に入る．探索フェーズを学習世代 LG と実行世代 EG が繰り返すように等分割し，LG では適応 DE 毎に独立して探索を行い，最良解を導出した適応 DE を使用して EG で探索する．EDEV [15)] は JADE，CoDE，EPSDE をアンサンブルし，解集合をそれぞれの適応 DE のサブ解集合と報酬解集合に分割する．そして，一定世代毎に FIR が最大の適応 DE に報酬解集合を与えて探索を行う．

これら既存のアンサンブル適応 DE は共通して，過去一定世代における適応 DE の使用結果（解評価値）をフィードバックして，次世代で使用する適応 DE を選択する．本稿では，これを事後検証型の適応法と呼ぶ．しかしながら，この適応法は，一定世代の探索を終えるまで適応 DE の妥当性を判断できない．つまり，好適な適応 DE を見つけるために試行錯誤的に一定世代の探索を繰り返し，大量の解評価回数を消費する．よって，事後検証型の適応法は CEP には不適である．加えて，選択した適応 DE の現在の解に対する妥当性は検証されずにそのまま使用される．したがって，本研究の目的は，現在の解に対する適応 DE の妥当性を解生成に先立って検証しながら，好適な適応 DE

を追加の解評価なしに毎世代推定する，事前検証型のアンサンブル適応 DE の提案である．具体的には，CEP が対象とする少ない解評価回数での最適化では，優良解近傍の局所探索が有効であることから，現在の解から優良解に近い解を生成可能な適応 DE を好適な候補として現在の解に割り当てる．これにより，膨大なアルゴリズム空間でも少ない解評価回数で好適な候補を絞り込み，前述のトレードオフを緩和して性能向上を目指す．

実験では，制約なし単一目的連続実数値最適化のベンチマークセット（CEC2013 benchmark suite [16]）において，アンサンブル適応 DE の代表手法と提案法の性能を比較する．

本稿の構成は以下の通りである．第 2 章では，基本となる DE と，要素技術である JADE，CoDE，EPSDE を紹介する．第 3 章で提案法のフレームワークについて述べた後，第 4 章で実験結果を示し，第 5 章で提案法の分析と拡張を行う．最後に，第 6 章で本稿の結論を述べる．

2 要素技術

実数値連続単一目的最小化問題では，決定変数を $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^D$ とする目的関数 $f(\boldsymbol{x}) : \mathbb{R}^D \to \mathbb{R}$ に対し，D 次元の大域的最適解 $\boldsymbol{x}^* = [x_{,1}, x_{,2}, \ldots, x_{,D}]$ は次の式で表される．

$$\boldsymbol{x}^* = \underset{\boldsymbol{x}}{\arg\min}\, f(\boldsymbol{x}). \tag{1}$$

2.1 差分進化（Differential Evolution: DE）

DE [17] は，解集合ベースの単一目的最適化技術であり，シンプルなアルゴリズムにして高い性能を持つことから，近年でも盛んに研究が行われている．以下に，そのメカニズムを簡単に示す．

■ 初期化 世代数 $t = 0$ において，個体数 N の数だけ初期解を生成し，解集合 $\mathcal{P}$ に追加する．具体的には，i 番目の個体 $\boldsymbol{x}_i$（$i = 1, 2, \ldots, N$）に対し，j 次元目の要素 $x_{i,j}$（$j = 1, 2, \ldots, D$）を一様分布乱数 $rand[0, 1]$ を用いて，実行可能領域からランダムに設定する．

■ 突然変異 次に，t 世代目の i 番目の個体の突然変異個体 $\boldsymbol{v}_i$ を $t-1$ 世代目における解集合 $\mathcal{P}$ から生成する．代表的な突然変異戦略を次にまとめる．スケール係数 $F \in [0, 1]$ は差分ベクトルの寄与率を調整するハイパーパラメータであり，大域探索と局所探索のバランスを制御する効果がある．*rand/1* を例に挙げると，$\boldsymbol{x}_{r_1}$，$\boldsymbol{x}_{r_2}$，$\boldsymbol{x}_{r_3}$ は $\mathcal{P}$ より自身 $\boldsymbol{x}_i$ 以外でランダムに選出する．

1.*rand/1* $\boldsymbol{v}_i = \boldsymbol{x}_{r_1} + F(\boldsymbol{x}_{r_2} - \boldsymbol{x}_{r_3})$
2.*rand/2* $\boldsymbol{v}_i = \boldsymbol{x}_{r_1} + F(\boldsymbol{x}_{r_2} - \boldsymbol{x}_{r_3}) + F(\boldsymbol{x}_{r_4} - \boldsymbol{x}_{r_5})$
3.*best/1* $\boldsymbol{v}_i = \boldsymbol{x}_{best} + F(\boldsymbol{x}_{r_1} - \boldsymbol{x}_{r_2})$
4.*best/2* $\boldsymbol{v}_i = \boldsymbol{x}_{best} + F(\boldsymbol{x}_{r_1} - \boldsymbol{x}_{r_2}) + F(\boldsymbol{x}_{r_3} - \boldsymbol{x}_{r_4})$
5.*current-to-rand/1* $\boldsymbol{v}_i = \boldsymbol{x}_i + F(\boldsymbol{x}_{r_1} - \boldsymbol{x}_i) + F(\boldsymbol{x}_{r_2} - \boldsymbol{x}_{r_3})$
6.*current-to-best/1* $\boldsymbol{v}_i = \boldsymbol{x}_i + F(\boldsymbol{x}_{best} - \boldsymbol{x}_i) + F(\boldsymbol{x}_{r_1} - \boldsymbol{x}_{r_2})$
7.*current-to-pbest/1* $\boldsymbol{v}_i = \boldsymbol{x}_i + F(\boldsymbol{x}_{pbest} - \boldsymbol{x}_i) + F(\boldsymbol{x}_{r_1} - \tilde{\boldsymbol{x}}_{r_2})$

■ 交叉 交叉戦略も複数あり一様交叉に似た *binomial* 交叉（式（2））と一点または二点交叉に似た *exponential* 交叉などがある．どちらも突然変異個体 $\boldsymbol{v}_i$ を生成後，次元カウンタ j を走らせながら親個体 $\boldsymbol{x}_i$ と交叉させ，子個体を $\boldsymbol{u}_i$ とする．用いられるハイパーパラメータ CR は突然変異個体の決定変数の寄与具合を制御する交叉率である．なお，全く交叉されない場合を避けるために $[1, D]$ から整数乱数 j_{rand} を決め，j_{rand} 次元目は必ず交叉させる．

$$u_{i,j} = \begin{cases} v_{i,j} & \text{if } rand(0,1) \le CR \text{ or } j = j_{rand}, \\ x_{i,j} & \text{otherwise.} \end{cases} \tag{2}$$

■ 解更新 $\boldsymbol{u}_i$ の評価値 $f(\boldsymbol{u}_i)$ が $\boldsymbol{x}_i$ の評価値 $f(\boldsymbol{x}_i)$ 以下（∵ 最小化問題）の場合に $\boldsymbol{x}_i$ を $\boldsymbol{u}_i$ に更新する．そして，突然変異に戻り一連の操作を探索終了条件まで繰り返す．

2.2 適応 DE

提案法で用いる JADE，CoDE，EPSDE について述べる．なお，適応 DE では一般に，個体 $\boldsymbol{x}_i$ 毎に固有のパラメータ F_i，CR_i や突然変異・交叉戦略を持つ．

■ JADE 過去に解更新に成功した情報から有用と予想される範囲のハイパーパラメータを集中的にサンプリングする．まず，F_i と CR_i の値を生成するコーシー分布 C と正規分布 $\mathcal{N}$ の位置パラメータと平均値として，メタパラメータ μ_F，μ_{CR} をそれぞれ定義する．これらの値は毎回の世代更新終了時に解更新に成功した F_i と CR_i の値に基づいて式（3）と（4）で変更される．

$$\mu_F = (1 - c)\mu_F + c \cdot mean_L(S_F), \tag{3}$$
$$\mu_{CR} = (1 - c)\mu_{CR} + c \cdot mean(S_{CR}). \tag{4}$$

ここで，c は学習率であり，S_F と S_{CR} はその世代で解更新に成功した F_i と CR_i を格納する集合をそれぞれ示す．また，$mean(S_{CR})$ は S_{CR} 内の全ての値の平均値であり，$mean_L(S_F)$ は S_F 内の全ての値の 2 階のレーマー平均（$\sum_{F_i \in S_F} F_i^2 / \sum_{F_i \in S_F} F_i$）である．各個体における F_i と CR_i のサンプリングは，それぞれ逐次的に調整された確率分布 $C(\mu_F, 0.1)$，$\mathcal{N}(\mu_{CR}, 0.1)$ より行われる．また，交叉戦略は *binomial* 交叉であるが，突然変異戦略として *current-to-pbest/1* が用いられている．ここで，$\boldsymbol{x}_{pbest}$ は $\mathcal{P}$ 内で評価値が $p_i \times N$ 位（$p_i \in [p_{\min}, p_{\max}]$）の個体からランダムに選ばれた個体であり，$\tilde{\boldsymbol{x}}_{r_2}$ は，予め用意したアーカイブ $\mathcal{A}$ からランダムに選ばれた個体である．$\mathcal{A}$ には解更新に成功した際の親個体 $\boldsymbol{x}_i$ が毎回保存される．なお，$|\mathcal{A}| > |\mathcal{P}|$ となった場合は，$|\mathcal{A}| \le |\mathcal{P}|$ となるように，世代更新の最後に $\mathcal{A}$ 内の個体がランダムに削除される．

■ CoDE 事前に定義されたハイパーパラメータプールには $\{F, CR\} \in \{\{1.0, 0.1\}, \{1.0, 0.9\}, \{0.8, 0.2\}\}$ の三組が，突然変異戦略と交叉戦略を合わせた戦略プールには {*rand/1/bin*, *rand/2/bin*, *current-to-rand/1*} が格納されている．各世代の各個体について，ハイパーパラメータプールと戦略プールから一様分布でランダムに三度選ばれた三組のアルゴリズム構成が生成される．これらを通して作られた三つの子個体が解評価された後，親個体との四個体の中から評価値が最良の個体が次世代に引き継がれる．

■ EPSDE F_i と CR_i に加えて突然変異戦略も適応させる．それぞれの選択肢を格納したプールを $P_F = \{0.4, 0.5, \cdots, 0.9\}$，$P_{CR} = \{0.1, 0.2, \ldots, 0.9\}$，$P_v =$ {*rand/1*, *best/2*, *current-to-rand/1*} として事前に定義する．初期化プロセスにおいては，それぞれのプールから F_i，CR_i，突然変異戦略を一つずつ一様分布でランダムに選択し，個体 $\boldsymbol{x}_i$ に割り当てる．その後の世代更新では前世代で解更新に成功した場合はそれらを継承し，失敗した場合にのみ F_i，CR_i，突然変異戦略の全てを一様分布でランダムに割り当てる．なお，交叉戦略は *binomial* 交叉である．

3 提案法

3.1 概要

提案法は，JADE，CoDE，EPSDE をアンサンブルする．この点は EDEV と同様である．しかしながら，EDEV を含む既存のアンサンブル適応 DE は，事後検証型の適応法により，好適な適応 DE を見つけるために一定世代の探索を繰り返さなければならず，大量の解評価回数を消費する．また，割り当てた適応 DE の，現在の探索状況での個体 $\boldsymbol{x}_i$ に対する妥当性を検証せずにそのまま用いる．

そこで，本稿で提案する事前検証型の適応法は，現在の探索状況において，個体 $\boldsymbol{x}_i$ 毎に，1）適応 DE のスクリーニングにより，割り当ての妥当性を検証しながら，2）好適な適応 DE を解の本生成に先立って追加の解評価なしに推定する．ここで，提案法は事後検証を行わないが，これは各適応 DE が事後検証の要領で，Low-level に自身のパラメータを既に適応しているためである．

事前検証におけるアイデアは，以下の通りである．

- 収束速度を改善するために，優良解の周辺領域を局所探索可能な適応 DE をスクリーニングする．具体的には，既に発見された優良解に最も近づく仮子個体を生成可能な適応 DE を好適と定義し，各適応 DE による解生成のシミュレーションを行う．つまり，各適応 DE の方法で決定されたパラメータ持つ適応 DE の設定を一つずつ生成し，更にこれらから一つずつ生成した仮子個体と，優良解とのユークリッド距離をそれぞれ計算し，これが最小となる適応 DE の設定を選択する．
- 一方で，早期収束を抑制する工夫として，世代更新時には，選択された適応 DE を用いて子個体を改めて生成する．これは，突然変異の非決定性によって，解の多様性の急速な低下を抑制することを意図する．

3.2 メカニズム

■ 初期化　通常の DE と同様に，一様乱数を用いて生成した個体 $\boldsymbol{x}_i$（$i = 1, 2, \ldots, N$）からなる解集合 $\mathcal{P}$ を用意する．続いて，$\mathcal{P}$ を適応 DE の個数（=3）で均等に分割し，$\mathcal{P}_j$（$j \in \{1, 2, 3\}$, それぞれ JADE，CoDE，EPSDE を表すインデックス）とする．ここで，$\mathcal{P}_j$ は互いに素な集合であり，$\mathcal{P} = \bigcup_j \mathcal{P}_j$ を満たす．$N \not\equiv 0 \pmod 3$ の場合は端数となる個体をランダムに $\mathcal{P}_j$ に割り振る．次に，1 世代分の世代更新をそれぞれの適応 DE の方法で $\mathcal{P}_j$ 内で行う．具体的な世代更新の方法は，第 2 章を参照されたい．以降は，事前検証と世代更新のセットを探索終了条件まで繰り返す．

■ 事前検証　疑似コードを **Algorithm 1** に示す．コード中の ♣ は，第 5 章の考察で用いる．最初に，準備として，現在の解集合 $\mathcal{P}$ 内の最良解を事前検証の基準個体 $\boldsymbol{x}^*$ とする．

続いて，各 $\boldsymbol{x}_i \in \mathcal{P}$ について，以下の操作を行う．適応 DE の候補を格納する集合 $\mathcal{D}'_i$ を空集合 $\emptyset$ で用意する．現在の世代における適応 DE により決定されたパラメータ，突然変異戦略，交叉戦略を持つ適応 DE の設定を $aDE'_{i,j}$ として，各 j について一つずつ生成し，$\mathcal{D}'_i$ に追加する．具体的には，JADE（$j = 1$）であれば，新たにサンプリングしたパラメータを持つ JADE の設定を生成する．CoDE（$j = 2$）であれば 2.2 で述べた各プールからランダムに組み合わされた三組を持つ CoDE を生成し，各組の設定を $aDE'_{i,j,k}$（$k \in \{1, 2, 3\}$）とする．EPSDE（$j = 3$）であれば，前世代の $\boldsymbol{x}_i$ が解更新に成功した場合（$f(\boldsymbol{x}_i) \le f(\boldsymbol{u}_i)$）は前世代の設定を，失敗した場合（$f(\boldsymbol{x}_i) > f(\boldsymbol{u}_i)$）は P_F，P_{CR}，P_v よりランダムにそれぞれ選んだ F_i，CR_i，突然変異戦略を持つ EPSDE の設定を生成する．

Algorithm 1 *Prior-validation* $(\mathcal{P}, \mathcal{A})$

Require: $\mathcal{P}, \mathcal{A}$
  $\boldsymbol{x}^* = \arg_{\boldsymbol{x}} \min_{\boldsymbol{x} \in \mathcal{P}} f(\boldsymbol{x})$
  for $i = 1$ **to** N **do**
    $\mathcal{D}'_i = \emptyset$
    for $j = 1$ **to** 3 **do**
      $\mathcal{D}'_i \leftarrow aDE'_{i,j}$ including sampled settings　　　$\cdots$♣
      if $j \in \{1, 3\}$ **then**
        $\boldsymbol{v}'_{aDE'_{i,j}} = \mathit{Mutation}\left(\mathcal{P}_j, \mathcal{A}, aDE'_{i,j}\right)$
        $\boldsymbol{u}'_{aDE'_{i,j}} = \mathit{Crossover}\left(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{v}'_{aDE'_{i,j}}, aDE'_{i,j}\right)$
      else
        for $k = 1$ **to** 3 **do**
          $\boldsymbol{v}'_{aDE'_{i,j,k}} = \mathit{Mutation}\left(\mathcal{P}_j, aDE'_{i,j,k}\right)$
          $\boldsymbol{u}'_{aDE'_{i,j,k}} = \mathit{Crossover}\left(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{v}'_{aDE'_{i,j,k}}, aDE'_{i,j,k}\right)$
          $\boldsymbol{u}'_{aDE'_{i,j}} = \frac{1}{3} \sum_k \boldsymbol{u}'_{aDE'_{i,j,k}}$
    $aDE_i = \arg_{aDE'_{i,j}} \min_{aDE'_{i,j} \in \mathcal{D}'_i} \left\| \boldsymbol{x}^* - \boldsymbol{u}'_{aDE'_{i,j}} \right\|$

次に，$aDE'_{i,j}$ を用いて，$\boldsymbol{x}_i$ を親個体として $\mathcal{P}_j$ より仮子個体 $\boldsymbol{u}'_{aDE'_{i,j}}$ を生成する．なお，CoDE の場合は全ての $aDE'_{i,j,k}$ で仮子個体 $\boldsymbol{u}'_{aDE'_{i,j,k}}$ を生成し，その重心を $\boldsymbol{u}'_{aDE'_{i,j}}$ とする．これは，後の世代更新で，CoDE は解評価回数を 1 個体あたり JADE や EPSDE の 3 倍消費するため，CoDE の三組の設定が平均的に好適な解生成を実現することを事前検証し，世代更新時の解評価回数の浪費を抑えることを意図している．最後に，基準個体 $\boldsymbol{x}^*$ と仮子個体 $\boldsymbol{u}'_{aDE'_{i,j}}$ のユークリッド距離の最小値を与える $aDE'_{i,j}$ を $\boldsymbol{x}_i$ に割り当てる適応 DE の設定（aDE_i）とする．

全ての個体 $\boldsymbol{x}_i \in \mathcal{P}$ を事前検証した後に，aDE_i に基づき $\boldsymbol{x}_i$ を $\mathcal{P}_j$ に割り当て直す．ここで，2.1 より，全ての突然変異戦略を実行可能にする最小解集合サイズは 6 であるため，$|\mathcal{P}_j| < 6$ となった場合は，$|\mathcal{P}_j| \ge 6$ となるまで他のサブ解集合よりランダムに選んだ個体を $\mathcal{P}_j$ に割り当てる．

■ 世代更新　全ての $\boldsymbol{x}_i \in \mathcal{P}$ を，1 世代のみ世代更新する．ここでは，aDE_i によって $\mathcal{P}_j$ より改めて解生成を行い，解評価と解更新を行う．その後，JADE のメタパラメータ μ_F，μ_{CR} とアーカイブ $\mathcal{A}$ を更新し，再び事前検証へと戻る．

4 実験

提案法の有効性を確認するために，以下の実験を行う．

4.1 実験設定

CEC 2013 benchmark suite で定義される 28 個の制約なし単一目的実数値連続最適化問題ベンチマーク関数 $F_1 \sim F_{28}$ を用いる．これらの関数は，単峰性関数 $F_1 \sim F_5$，多峰性関数 $F_6 \sim F_{20}$ および $F_1 \sim F_{20}$ から選択した関数を合成した関数 $F_{21} \sim F_{28}$ から成る．問題の次元数は $D \in \{10, 30, 50, 100\}$ とし，次元数の増加に対する提案法のスケーラビリティを評価する．したがって，合計 112（$= 28 \times 4$）の実験ケースを行う．コンペティションの規定通り，個体 $\boldsymbol{x}$ の定義域は $\boldsymbol{x} \in [-100, 100]^D$ とする [16]．

Table 1　解評価回数 1,000 回時点の性能比較（$D \in \{10, 30, 50, 100\}$）

	$D = 10$			$D = 30$			$D = 50$			$D = 100$		
ID	HMJCDE	EDEV	Ours	HMJCDE	EDEV	Ours	HMJCDE	EDEV	Ours	HMJCDE	EDEV	Ours
F1	7.76E+03 +	5.34E+03 +	**4.03E+03**	6.83E+04 +	5.54E+04 +	**4.59E+04**	1.26E+05 +	1.16E+05 +	**9.45E+04**	3.06E+05 +	2.91E+05 +	**2.57E+05**
F2	5.45E+07 +	4.35E+07 ~	**4.20E+07**	1.21E+09 +	1.01E+09 +	**8.89E+08**	3.15E+09 +	2.75E+09 +	**2.29E+09**	1.33E+10 +	1.12E+10 +	**9.36E+09**
F3	2.24E+10 +	1.50E+10 ~	**1.14E+10**	3.86E+17 +	5.83E+16 ~	**7.15E+15**	1.20E+17 +	4.17E+16 +	**3.20E+15**	2.95E+24 +	3.71E+24 +	**3.39E+23**
F4	**5.16E+04 ~**	5.27E+04 ~	5.22E+04	1.65E+05 ~	1.73E+05 +	**1.58E+05**	2.59E+05 ~	**2.49E+05 ~**	2.53E+05	5.50E+05 +	5.50E+05 +	**5.19E+05**
F5	5.31E+03 +	3.53E+03 ~	**3.03E+03**	6.82E+04 +	5.48E+04 +	**4.07E+04**	1.40E+05 +	1.17E+05 +	**8.99E+04**	4.12E+05 +	3.86E+05 +	**3.07E+05**
F6	5.02E+02 +	3.89E+02 +	**2.64E+02**	1.23E+04 +	9.03E+03 +	**6.14E+03**	1.88E+04 +	1.58E+04 +	**1.21E+04**	9.97E+04 +	9.12E+04 +	**7.43E+04**
F7	2.24E+02 +	1.82E+02 +	**1.49E+02**	2.39E+05 +	1.02E+05 +	**1.61E+04**	1.77E+05 +	8.86E+04 +	**3.51E+04**	6.54E+08 +	5.56E+08 +	**1.37E+08**
F8	**2.07E+01 ~**	**2.07E+01 ~**	**2.07E+01**	**2.12E+01 ~**	**2.12E+01 ~**	**2.12E+01**	**2.13E+01 ~**	**2.13E+01 ~**	**2.13E+01**	2.15E+01 ~	2.15E+01 ~	**2.14E+01**
F9	1.17E+01 +	1.13E+01 ~	**1.12E+01**	4.49E+01 ~	**4.44E+01 ~**	4.49E+01	8.08E+01 ~	**8.01E+01 ~**	8.06E+01	1.73E+02 ~	**1.72E+02 ~**	**1.72E+02**
F10	8.41E+02 +	6.63E+02 ~	**5.69E+02**	9.13E+03 +	7.66E+03 +	**6.53E+03**	1.91E+04 +	1.63E+04 +	**1.45E+04**	5.42E+04 +	4.81E+04 +	**4.12E+04**
F11	1.55E+02 +	1.34E+02 ~	**1.29E+02**	1.07E+03 +	9.12E+02 +	**8.04E+02**	1.98E+03 +	1.80E+03 +	**1.55E+03**	5.14E+03 +	4.97E+03 +	**4.35E+03**
F12	1.66E+02 +	1.48E+02 +	**1.26E+02**	1.05E+03 +	9.37E+02 +	**7.94E+02**	1.87E+03 +	1.77E+03 +	**1.57E+03**	5.25E+03 +	5.04E+03 +	**4.43E+03**
F13	1.60E+02 +	1.48E+02 +	**1.27E+02**	1.06E+03 +	9.33E+02 +	**8.27E+02**	1.91E+03 +	1.77E+03 +	**1.56E+03**	5.49E+03 +	5.12E+03 +	**4.41E+03**
F14	2.27E+03 +	2.20E+03 ~	**2.18E+03**	8.69E+03 +	8.55E+03 ~	**8.53E+03**	1.57E+04 +	**1.54E+04 ~**	**1.54E+04**	3.46E+04 +	3.42E+04 ~	**3.40E+04**
F15	2.20E+03 ~	**2.17E+03 ~**	2.20E+03	9.04E+03 ~	8.94E+03 ~	**8.93E+03**	1.64E+04 ~	1.64E+04 ~	**1.63E+04**	**3.42E+04 ~**	3.43E+04 ~	3.43E+04
F16	2.54E+00 ~	2.59E+00 +	**2.38E+00**	4.47E+00 ~	**4.36E+00 ~**	4.46E+00	**5.45E+00 ~**	5.49E+00 ~	5.48E+00	**5.71E+00 ~**	5.87E+00 ~	5.78E+00
F17	2.74E+02 +	2.29E+02 ~	**2.04E+02**	1.89E+03 +	1.74E+03 +	**1.52E+03**	3.69E+03 +	3.56E+03 +	**3.13E+03**	8.78E+03 +	8.81E+03 +	**7.82E+03**
F18	2.61E+02 +	2.35E+02 +	**1.96E+02**	1.92E+03 +	1.80E+03 +	**1.51E+03**	3.75E+03 +	3.59E+03 +	**3.21E+03**	8.94E+03 +	8.75E+03 +	**7.94E+03**
F19	1.19E+04 +	8.41E+03 +	**1.73E+03**	2.96E+06 +	1.77E+06 +	**7.98E+05**	5.44E+06 +	5.08E+06 +	**2.50E+06**	5.56E+07 +	4.73E+07 +	**3.35E+07**
F20	4.79E+00 +	4.68E+00 ~	**4.65E+00**	**1.50E+01 ~**	**1.50E+01 ~**	**1.50E+01**	**2.50E+01 –**	**2.50E+01 ~**	**2.50E+01**	**5.00E+01 ~**	**5.00E+01 ~**	**5.00E+01**
F21	8.17E+02 +	7.38E+02 +	**6.92E+02**	4.50E+03 +	4.29E+03 +	**3.89E+03**	9.08E+03 +	8.98E+03 +	**8.09E+03**	1.90E+04 +	1.93E+04 +	**1.74E+04**
F22	2.47E+03 +	**2.33E+03 ~**	2.37E+03	9.57E+03 +	9.36E+03 ~	**9.29E+03**	1.70E+04 +	**1.67E+04 ~**	**1.67E+04**	3.65E+04 +	3.62E+04 +	**3.59E+04**
F23	2.49E+03 ~	**2.45E+03 ~**	2.47E+03	9.55E+03 +	**9.50E+03 ~**	9.59E+03	1.73E+04 ~	**1.72E+04 ~**	**1.72E+04**	3.63E+04 ~	**3.61E+04 ~**	**3.61E+04**
F24	2.34E+02 +	2.32E+02 +	**2.31E+02**	3.76E+02 +	3.45E+02 ~	**3.41E+02**	5.90E+02 +	4.98E+02 +	**4.71E+02**	1.97E+03 +	1.26E+03 ~	**1.12E+03**
F25	2.33E+02 +	**2.31E+02 –**	2.33E+02	3.72E+02 +	3.55E+02 ~	**3.54E+02**	5.22E+02 +	4.95E+02 ~	**4.90E+02**	1.03E+03 +	**9.19E+02 ~**	9.26E+02
F26	2.25E+02 +	2.19E+02 ~	**2.16E+02**	3.88E+02 ~	3.83E+02 ~	**3.68E+02**	5.13E+02 +	**5.03E+02 ~**	5.09E+02	7.95E+02 +	7.62E+02 ~	**7.56E+02**
F27	7.47E+02 +	6.99E+02 ~	**6.85E+02**	1.59E+03 +	1.53E+03 ~	**1.52E+03**	2.77E+03 +	2.61E+03 +	**2.56E+03**	6.59E+03 +	5.74E+03 +	**5.51E+03**
F28	1.31E+03 +	1.17E+03 ~	**1.13E+03**	7.66E+03 +	7.04E+03 +	**6.33E+03**	1.30E+04 +	1.24E+04 +	**1.12E+04**	3.54E+04 +	3.54E+04 +	**3.22E+04**
+/–/~	23/0/5	10/1/17		20/0/8	15/0/13		21/1/6	17/0/11		22/0/6	18/0/10	

Table 2　解評価回数 100,000 回時点の性能比較（$D \in \{10, 30, 50, 100\}$）

	$D = 10$			$D = 30$			$D = 50$			$D = 100$		
ID	HMJCDE	EDEV	Ours	HMJCDE	EDEV	Ours	HMJCDE	EDEV	Ours	HMJCDE	EDEV	Ours
F1	**0.00E+00 ~**	2.26E-16 +	2.35E-30	6.34E-19 +	3.74E-10 +	**4.69E-22**	2.08E-13 +	3.53E-11 +	**9.52E-20**	4.83E-06 +	**2.19E-10 –**	9.89E-10
F2	7.14E-03 +	5.27E+01 +	**2.53E-17**	2.97E+05 +	4.71E+05 ~	**1.45E+05**	3.45E+06 +	1.99E+06 +	**8.34E+05**	1.68E+07 +	6.19E+06 +	**5.03E+06**
F3	3.90E+02 +	6.87E+02 +	**3.28E+01**	8.29E+01 ~	8.08E+01 ~	**3.06E+01**	4.46E+04 ~	5.89E+03 ~	**1.92E+03**	2.07E+06 +	3.78E+04 +	**9.07E+02**
F4	**2.87E-04 –**	9.74E-01 +	1.55E-02	**7.05E+02 ~**	7.41E+03 +	1.54E+03	8.96E+03 +	2.68E+04 +	**7.09E+03**	6.28E+04 +	1.11E+05 +	**3.97E+04**
F5	**1.66E-35 –**	1.56E-12 +	1.65E-25	6.43E-14 +	2.07E-05 +	**2.12E-14**	2.20E-08 +	3.56E-04 +	**4.65E-10**	2.03E-02 +	4.25E-04 ~	**3.57E-04**
F6	7.49E+00 +	**1.93E-01 –**	6.34E+00	1.93E+01 +	1.47E+01 +	**1.44E+01**	4.58E+01 +	4.42E+01 ~	**4.41E+01**	2.42E+02 +	**1.97E+02 ~**	2.12E+02
F7	5.43E-01 ~	**3.95E-01 ~**	4.61E-01	**8.80E+00 ~**	2.78E+01 +	1.18E+01	3.68E+01 ~	7.68E+01 +	**3.53E+01**	1.17E+02 +	1.24E+02 +	**9.25E+01**
F8	2.04E+01 +	**2.02E+01 ~**	2.03E+01	2.10E+01 +	**2.09E+01 ~**	**2.09E+01**	2.12E+01 +	**2.11E+01 ~**	**2.11E+01**	**2.13E+01 ~**	**2.13E+01 ~**	**2.13E+01**
F9	1.58E+00 ~	1.52E+00 ~	**1.37E+00**	**1.07E+01 –**	1.59E+01 –	1.79E+01	**3.04E+01 –**	3.91E+01 –	4.46E+01	**9.15E+01 –**	1.05E+02 –	1.14E+02
F10	1.56E-01 +	6.29E-02 +	**3.12E-02**	3.30E-02 ~	**3.27E-02 ~**	**3.27E-02**	3.84E-01 +	3.33E-02 ~	**2.99E-02**	1.81E+01 +	1.87E+00 ~	**1.85E+00**
F11	**1.49E-25 –**	3.30E-10 +	3.74E-24	7.14E+00 +	2.52E+01 +	**1.16E-03**	4.41E+01 +	9.67E+01 +	**8.01E+00**	2.54E+02 +	4.15E+02 +	**1.27E+02**
F12	1.23E+01 +	8.69E+00 +	**5.93E+00**	4.51E+01 +	4.25E+01 +	**2.97E+01**	9.57E+01 ~	1.23E+02 +	**8.00E+01**	4.70E+02 +	4.39E+02 +	**3.34E+02**
F13	1.51E+01 +	1.50E+01 +	**6.57E+00**	9.26E+01 +	8.88E+01 +	**6.69E+01**	2.37E+02 +	2.21E+02 +	**1.82E+02**	8.52E+02 +	6.68E+02 +	**5.88E+02**
F14	2.87E-01 +	4.10E-01 +	**6.00E-02**	3.30E+02 +	6.42E+02 +	**5.62E+01**	1.18E+03 +	2.72E+03 +	**4.32E+02**	9.00E+03 +	1.45E+04 +	**6.22E+03**
F15	9.33E+02 +	7.88E+02 ~	**7.11E+02**	**4.13E+03 –**	5.02E+03 +	4.54E+03	8.79E+03 ~	9.79E+03 +	**8.69E+03**	2.33E+04 +	1.98E+04 +	**1.83E+04**
F16	2.88E-01 ~	2.00E-01 ~	**1.88E-01**	2.27E+00 +	**5.01E-01 ~**	5.17E-01	3.21E+00 +	**9.16E-01 ~**	9.65E-01	3.96E+00 +	1.68E+00 ~	**1.57E+00**
F17	1.05E+01 +	**1.01E+01 +**	**1.01E+01**	5.93E+01 +	5.64E+01 +	**3.15E+01**	1.51E+02 +	1.51E+02 +	**6.42E+01**	5.61E+02 +	5.37E+02 +	**2.49E+02**
F18	1.93E+01 ~	2.24E+01 +	**1.78E+01**	1.91E+02 +	1.17E+02 +	**7.04E+01**	3.92E+02 +	2.11E+02 +	**1.31E+02**	9.89E+02 +	6.11E+02 +	**3.41E+02**
F19	7.88E-01 ~	8.26E-01 +	**6.55E-01**	8.19E+00 +	5.43E+00 +	**3.76E+00**	2.41E+01 +	1.35E+01 +	**1.08E+01**	7.81E+01 +	5.95E+01 +	**4.16E+01**
F20	**2.39E+00 ~**	2.69E+00 ~	2.54E+00	1.18E+01 ~	1.24E+01 +	**1.17E+01**	2.18E+01 +	2.20E+01 +	**2.13E+01**	**5.00E+01 ~**	**5.00E+01 ~**	**5.00E+01**
F21	3.96E+02 ~	**3.51E+02 ~**	3.92E+02	3.14E+02 +	2.98E+02 +	**2.84E+02**	8.39E+02 ~	**7.56E+02 ~**	8.24E+02	4.37E+02 +	**3.75E+02 –**	3.95E+02
F22	9.88E+01 +	1.02E+02 +	**7.73E+01**	3.86E+02 +	1.11E+03 +	**2.59E+02**	1.49E+03 +	3.20E+03 +	**6.08E+02**	1.02E+04 +	1.55E+04 +	**7.73E+03**
F23	1.03E+03 +	9.29E+02 +	**7.98E+02**	**4.55E+03 ~**	5.47E+03 +	4.74E+03	**8.80E+03 ~**	1.07E+04 +	9.05E+03	2.41E+04 +	2.32E+04 +	**2.07E+04**
F24	**2.01E+02 ~**	2.03E+02 ~	2.05E+02	**2.19E+02 –**	2.43E+02 +	2.35E+02	**2.37E+02 –**	2.95E+02 +	2.74E+02	**3.22E+02 –**	4.30E+02 +	3.42E+02
F25	**2.02E+02 ~**	**2.02E+02 ~**	2.03E+02	**2.41E+02 –**	2.61E+02 ~	2.61E+02	**2.94E+02 –**	3.39E+02 ~	3.37E+02	**4.34E+02 –**	5.59E+02 +	5.49E+02
F26	1.88E+02 –	**1.85E+02 –**	1.89E+02	**2.02E+02 –**	2.11E+02 ~	2.11E+02	**3.07E+02 –**	3.63E+02 ~	3.63E+02	**4.41E+02 –**	5.63E+02 ~	5.42E+02
F27	**4.06E+02 ~**	4.10E+02 ~	**4.06E+02**	**5.14E+02 –**	7.29E+02 ~	7.15E+02	**7.95E+02 –**	1.28E+03 ~	1.31E+03	**1.55E+03 –**	3.07E+03 +	2.76E+03
F28	2.96E+02 ~	**2.65E+02 –**	2.73E+02	**3.00E+02 +**	**3.00E+02 +**	**3.00E+02**	7.49E+02 +	8.78E+02 ~	**4.57E+02**	**3.25E+03 –**	3.83E+03 +	3.28E+03
+/–/~	12/4/12	15/3/10		16/6/6	19/1/8		17/5/6	16/1/11		21/5/2	18/3/7	

アンサンブル適応 DE の代表手法である HMJCDE と EDEV を比較手法とする．なお，MVC-*は原著で八つのバリエーションが同等に提案されており，全てを比較することは現実的でないため，比較手法から除外した．比較手法はいずれも事後検証型の適応法であり，比較を通して提案法の事前検証型の適応法の有効性が確認できる．

全手法で解集合サイズは $N = 100$ とし，初期解は一様分布を用いて生成される．原著の設定通り，HMJCDE のパラメータは，$Q_1 = 10, Q_2 = 5, m = 30, \epsilon = 0.05, \mu_{F,init} = 0.5, \mu_{CR,init} = 0.5, c = 0.1, p \in [0, 0.05]$ とする．同じく原著通り，EDEV のパラメータは $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0.1, \lambda_4 = 0.7, ng = 20$ とし，EDEV と提案法で JADE のパラメータ（$\mu_{F,init} = 0.5, \mu_{CR,init} = 0.5, c = 0.1, p_{\min} = 0.05, p_{\max} = 0.2$），CoDE と EPSDE の設定（2.2 を参照）は共通である．提案法は適応 DE の設定以外のパラメータを持たない．

異なる乱数シードを用いた独立した 51 試行で得られた性能（最良値の平均値）で比較する．この平均値の比較は，300，500，1,000，3,000，5,000，10,000，30,000，50,000，100,000 回の解評価回数毎に行う．加えて，統計的有意差を確認するために，ある次元数 D の関数毎に，有意水準 0.05 の下で Wilcoxon の符号順位検定を行う．具体的には，$p \geq 0.05$ であれば有意差があるとは言えないとして “~”，$p < 0.05$ で提案法が優位ならば “+”，$p < 0.05$ で比較手法が優位ならば “–” とする．各解評価回数・次元数毎に合計を “+/–/~” として報告する．さらに，全体の性能を比較するために有意水準 0.05 の下で Friedman 検定を行う．

Table 3　全問題での平均順位（$D \in \{10, 30, 50, 100\}$）

	$D = 10$			$D = 30$			$D = 50$			$D = 100$		
解評価回数	HMJCDE	EDEV	Ours	HMJCDE	EDEV	Ours	HMJCDE	EDEV	Ours	HMJCDE	EDEV	Ours
300	2.679	**1.393**	1.929	2.625	1.804	**1.571**	2.750	1.714	**1.536**	2.500	1.911	**1.589**
500	2.821	1.679	**1.500**	2.839	1.643	**1.518**	2.750	1.857	**1.393**	2.607	2.071	**1.321**
1,000	2.750	1.857	**1.393**	2.786	1.964	**1.250**	2.929	1.821	**1.250**	2.821	2.036	**1.143**
3,000	2.643	2.071	**1.286**	2.536	2.107	**1.357**	2.571	2.071	**1.357**	2.643	2.143	**1.214**
5,000	2.000	2.714	**1.286**	2.071	2.643	**1.286**	2.143	2.536	**1.321**	2.214	2.643	**1.143**
10,000	**1.536**	2.929	**1.536**	1.750	2.893	**1.357**	2.143	2.571	**1.286**	2.214	2.607	**1.179**
30,000	**1.536**	2.857	1.607	1.679	2.964	**1.357**	1.929	2.714	**1.357**	2.214	2.571	**1.214**
50,000	1.875	2.750	**1.375**	1.857	2.857	**1.286**	2.071	2.643	**1.286**	2.286	2.536	**1.179**
100,000	2.125	2.536	**1.339**	2.214	2.321	**1.464**	2.071	2.321	**1.607**	2.393	2.179	**1.429**

4.2　実験結果

解評価回数 1,000 回と 100,000 回において，次元数を $D \in \{10, 30, 50, 100\}$ と変化させたときの性能をそれぞれ Table 1 と 2 に示す．緑の網掛けは手法が最良値を導出したことを表す．全体を通して，事前検証を行う提案法が多くのケースで高い性能を導出している．解評価回数を 1,000 回に制限した Table 1 において D =10，30，50，100 の順にそれぞれ 28 個のうち 23，25，24，25 個の関数で最良値となっている．検定でも対 HMJCDE で 23，20，21，22，対 EDEV で 10，15，17，18 個の関数で “+” となり，提案法が優位である．特に 224 個の検定結果のうち，比較手法が優位であることを示す “−” は一つのみであり，少ない解評価回数で提案法の有効性が確認できる．

Table 2 に示すように，解評価回数を 100,000 回まで緩和しても提案法の有効性は示されている．D =10，30，50，100 でそれぞれ 15，18，20，19 回の最良値を導出しており，提案法は次元数に対する性能のスケーラビリティを有する．一方で，$D = 100$ における合成関数のうち $F_{24} \sim F_{28}$ は HMJCDE が最良値を導出し，うち四つの関数では統計的有意差を持って HMJCDE が優位であることから，提案法は大域探索圧力が小さい．しかしながら，全ての次元数において提案法の最悪値の導出回数は高々3 であり，提案法は安定した性能を導出している．また，検定でも対 HMJCDE で 12，16，17，21 個，対 EDEV で 15，19，16，18 個の関数で “+” となり，提案法の優位性は失われない．

次に，解評価回数を 300, 500, 1,000, 3,000, 5,000, 10,000, 30,000, 50,000, 100,000 回としたときに，Friedman 検定で得られた平均順位を Table 3 に示す．なお，全ケースで有意差を検出した．全体の傾向として，提案法が最高順位を多く導出し．$D = 10$ を除き提案法は最高順位を譲っていないことから，限られた解評価回数であっても，また十分な解評価回数まで許容しても，提案法の有効性が確認できる．特に，$D = 10, 30, 50, 100$ と次元数が増加するにつれて平均順位の差が大きくなることから，提案法は次元数に対する性能のスケーラビリティを十分に有すると言える．

5　考察と提案法の拡張

5.1　インターバルの導入

提案法では，毎世代で事前検証を行った．一方で，既存のアンサンブル適応 DE は全て，解への適応 DE の割り当てを一定世代おきに行う．ここでは，提案法に事前検証を実行するインターバル世代数を表すハイパーパラメータ I を設けて，その性能を比較する．アルゴリズムは，初期化で全ての解を評価した後に I 世代の更新をし，以降は事前検証と I 世代の更新を繰り返すように変更される．$I \in \{1, 2, 3, 4, 5, 10, 15, 20\}$ で実験を行うが，第 4 章の実験での設定は $I = 1$ と表せる．これにより，1）例えば，解評価回数 1,000 回における $I \in \{10, 15, 20\}$ など，事前検証がまだ成されていない世代における事前検証の有無が与える性能への影響，2）事前検証よりも各適応 DE による事後検証の頻度を相対的に高めた際の性能変化の確認ができる．

実験結果を Table 4 に示す．300 回という極めて少ない解評価回数では，$D \in \{10, 30, 50\}$ で $I = 1$ が低い順位となっている．これは，事前検証型の適応法が局所探索を促進したとしても，探索序盤で解同士の距離があまりに遠いと収束速度を高められない可能性を示し，今後はこの点の手法改良に取り組む．一方で，解評価回数 500 回での $I \in \{3, 4, 5, 10, 15, 20\}$ や 1,000 回での $I \in \{10, 15, 20\}$ と比較した際には，$I \in \{1, 2\}$ が高い順位であることから，事前検証の効果を確認できる．全体としては，デフォルト設定である $I = 1$ が高い順位となる傾向にある．特に，次元数 D が高くなるほど $I = 1$ が最も高い順位を導出することから，次元数が高くなり問題が複雑になるほど，頻繁に事前検証を行うべきであることがわかる．また，この結果は，第 3 章で述べたように，事後検証は High-level アンサンブルのフレームワークではなく，Low-level アンサンブルである各適応 DE のみが行えば良い可能性を示唆している．

5.2　適応 DE によるパラメータ生成の確率的揺らぎの考慮

本稿は，アンサンブル適応 DE において，事前検証が純粋な High-level アンサンブルに与える効果を明らかにするために，各適応 DE を一つずつ生成してスクリーニングした．しかしながら，各適応 DE は DE のパラメータを確率的に生成するため，そもそも生成された適応 DE が持つパラメータが好適でない可能性がある．そこで，パラメータの確率的揺らぎを軽減するために，**Algorithm 1** における ♣ で，各適応 DE あたり追加ハイパーパラメータ M 個の候補を生成して，提案法を改良する．$M \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ で実験を行うが，第 4 章の実験での設定は $M = 1$ と表せる．

実験結果を Table 5 に示す．Table 5 より，適応 DE を複数生成することで，様々な適応の選択肢を事前検証することが可能になり，$M = 1$ に設定した時より性能が向上することがわかる．なお，最高順位を導出した回数の観点から，D = 10，30，50，100 でそれぞれ $M = 4$ または 5，2，2，1 または 2 が適切な設定と言える．次元数 D が増加するほど適応 DE の必要なサンプリング数が減る理由としては，適応 DE と仮子個体を数多くサンプリングしても，高次元空間では球面集中現象により各仮子個体間の距離の差異が大きく現れず，適応 DE 間の差異が大きく反映されないことが考えられる．この点に関しては，解のサンプリングをしたり，ミンコフスキー距離を用いて制御パラメータを変化させたりするなどの追加の検証が必要である．しかしながら，Table 3 が示すように，高次元空間であっても事前検証そのものが有効である点は変わらない．

Table 4　事前検証のインターバル I に関する全問題での平均順位（$D \in \{10, 30, 50, 100\}$）

解評価回数	$I=1$ (D = 10)	2	3	4	5	10	15	20	$I=1$ (D = 30)	2	3	4	5	10	15	20
300	5.500	**4.357**	**4.357**	**4.357**	**4.357**	**4.357**	**4.357**	**4.357**	5.000	**4.429**	**4.429**	**4.429**	**4.429**	**4.429**	**4.429**	**4.429**
500	**3.375**	4.446	4.696	4.696	4.696	4.696	4.696	4.696	**2.821**	4.143	4.839	4.839	4.839	4.839	4.839	4.839
1,000	**2.911**	3.054	3.321	4.179	5.607	5.643	5.643	5.643	**2.321**	2.429	3.196	4.411	5.268	6.125	6.125	6.125
3,000	**2.786**	3.107	4.107	3.643	4.857	5.214	6.536	5.75	**2.357**	3.214	4.018	4.500	4.679	4.429	6.446	6.357
5,000	**3.000**	3.429	3.714	4.357	4.786	5.929	5.25	5.536	**2.536**	3.679	4.357	3.786	4.964	5.893	4.929	5.857
10,000	**3.500**	4.071	3.643	4.464	4.571	5.286	5.607	4.857	**2.679**	2.929	3.964	4.214	5.607	6.107	5.357	5.143
30,000	4.107	**3.607**	4.179	4.000	4.321	4.679	5.393	5.714	3.179	**3.036**	4.250	3.679	4.857	5.964	5.679	5.357
50,000	**3.036**	3.214	3.607	4.179	4.536	5.286	6.071	6.071	3.857	**3.107**	4.393	3.964	4.429	5.679	5.607	4.964
100,000	**3.036**	3.286	3.571	4.357	4.679	5.393	5.821	5.857	3.286	**3.179**	3.964	4.214	5.036	5.357	5.786	5.179

解評価回数	$I=1$ (D = 50)	2	3	4	5	10	15	20	$I=1$ (D = 100)	2	3	4	5	10	15	20
300	5.000	**4.429**	**4.429**	**4.429**	**4.429**	**4.429**	**4.429**	**4.429**	**3.625**	4.625	4.625	4.625	4.625	4.625	4.625	4.625
500	**2.571**	4.607	4.804	4.804	4.804	4.804	4.804	4.804	**2.018**	4.304	4.946	4.946	4.946	4.946	4.946	4.946
1,000	2.625	**2.464**	2.875	4.161	5.714	6.054	6.054	6.054	**1.911**	3.161	3.304	4.571	5.643	5.804	5.804	5.804
3,000	3.429	**3.107**	3.536	4.143	4.643	4.643	5.875	6.625	**2.196**	3.482	3.661	4.857	4.643	3.768	6.518	6.875
5,000	**3.321**	3.500	3.429	4.643	5.375	5.732	4.393	5.607	**2.446**	3.875	4.054	4.839	5.946	5.875	3.946	5.018
10,000	**2.929**	3.286	4.179	4.429	5.393	6.107	5.250	4.429	**2.768**	3.304	3.661	4.982	5.732	6.482	5.089	3.982
30,000	**2.750**	3.214	3.964	4.393	5.107	6.357	5.821	4.393	**2.518**	3.589	3.625	4.554	5.125	6.625	5.125	4.839
50,000	**3.143**	3.857	4.143	4.321	5.214	6.286	5.107	3.929	**3.268**	3.304	3.625	4.589	5.089	6.482	5.196	4.446
100,000	**3.714**	3.875	4.089	4.946	5.000	5.250	4.964	4.161	**3.554**	3.946	4.196	4.911	5.125	5.375	4.554	4.339

Table 5　適応 DE 一つあたりの適応候補数 M に関する全問題での平均順位（$D \in \{10, 30, 50, 100\}$）

解評価回数	$M=1$ (D = 10)	2	3	4	5	$M=1$ (D = 30)	2	3	4	5	$M=1$ (D = 50)	2	3	4	5	$M=1$ (D = 100)	2	3	4	5
300	3.000	2.946	3.411	2.929	**2.714**	**2.661**	3.357	3.232	2.804	2.946	3.125	3.161	2.839	3.429	**2.446**	**2.589**	3.089	3.071	2.946	3.304
500	3.429	2.786	3.089	**2.643**	3.054	3.339	2.929	3.036	**2.661**	3.036	2.893	**2.625**	2.893	3.607	2.982	3.107	3.107	**2.393**	3.518	2.875
1,000	3.786	3.214	**2.464**	2.964	2.571	3.429	2.893	2.964	**2.857**	**2.857**	3.536	2.911	2.946	2.929	**2.679**	**2.571**	2.964	3.357	3.107	3.000
3,000	4.000	3.143	2.679	**2.429**	2.750	3.321	**2.607**	3.250	2.964	2.857	4.000	**2.571**	3.071	2.643	2.714	3.000	**2.250**	3.107	3.214	3.429
5,000	4.071	2.857	2.857	2.821	**2.393**	3.321	**2.750**	3.036	3.036	2.857	3.929	**2.214**	3.107	2.821	2.929	2.821	**2.393**	2.607	3.214	3.964
10,000	4.071	2.821	2.821	2.750	**2.536**	3.786	3.071	2.857	**2.571**	2.714	3.643	**2.429**	3.071	2.571	3.286	3.107	**2.321**	2.821	3.107	3.643
30,000	4.393	2.821	2.821	**2.357**	2.607	2.893	**2.786**	3.036	3.393	2.893	3.107	**2.286**	3.036	2.929	3.643	**2.500**	2.571	2.821	3.643	3.464
50,000	3.714	3.107	3.179	**2.429**	2.571	3.321	2.821	**2.679**	3.071	3.107	3.143	**2.250**	3.143	2.964	3.500	2.714	2.750	**2.536**	3.357	3.643
100,000	3.536	2.893	3.196	2.732	**2.643**	3.643	**2.607**	2.893	2.982	2.875	3.357	**2.750**	2.964	2.821	3.107	3.357	2.679	3.143	**2.607**	3.214

6　まとめ

本稿では，CEP への適用に向けて，少ない解評価で高性能に働く事前検証型アンサンブル適応 DE を提案した．事前検証プロセスでは，既に発見した優良解をおよそ複製可能な適応 DE を，実際の解生成に先立って追加の解評価なしにスクリーニングした．これにより，High-level アンサンブルにおける，Low-level アンサンブルと比べた際の最適化性能の向上の可能性と，膨大化したアルゴリズム空間における探索の困難さのトレードオフを緩和し，実験では解評価回数の多寡に関わらず高い性能を導出した．また，提案法の次元数に対するスケーラビリティも確認した．

今後の展望として，CEP に対する代表的アプローチであるサロゲート進化計算を提案法に融合する．また，提案法を高計算コストな実問題に適用し有効性を検証すると共に，実問題に多く存在する多目的最適化へ拡張する．

参考文献

1) S. Shan and G. G. Wang: Survey of modeling and optimization strategies to solve high-dimensional design problems with computationally-expensive black-box functions, Struct. Multidiscipl. Optim., **41**-2, 219/241 (2010)

2) M. Nemec, D. W. Zingg, and T. H. Pulliam: Multipoint and multi-objective aerodynamic shape optimization, AIAA J., **42**-6, 1057/1065 (2004)

3) C. Wang, C. Xu, X. Yao, and D. Tao: Evolutionary generative adversarial networks, IEEE Trans. Evol. Comput., **23**-6, 921/934 (2019)

4) G. Karafotias, M. Hoogendoorn, and Á. E. Eiben: Parameter control in evolutionary algorithms: Trends and challenges, IEEE Trans. Evol. Comput., **19**-2, 167/187 (2014)

5) C. Sun, Y. Jin, R. Cheng, J. Ding, and J. Zeng: Surrogate-Assisted Cooperative Swarm Optimization of High-Dimensional Expensive Problems, IEEE Trans. Evol. Comput., **21**-4, 644/660 (2017)

6) G. Wu, R. Mallipeddi, and P. N. Suganthan: Ensemble strategies for population-based optimization algorithms–A survey, Swarm Evol. Comput., **44**, 695/711 (2019)

7) D. H. Wolpert and W. G. Macready: No free lunch theorems for optimization, IEEE Trans. Evol. Comput., **1**-1, 67/82 (1997)

8) G. Li, Q. Lin, L. Cui, Z. Du, Z. Liang, J. Chen, N. Lu, and Z. Ming: A novel hybrid differential evolution algorithm with modified CoDE and JADE, Appl. Soft Comput., **47**, 577/599 (2016)

9) J. Zhang and A. C. Sanderson: JADE: adaptive differential evolution with optional external archive, IEEE Trans. Evol. Comput., **13**-5, 945/958 (2009)

10) Y. Wang, Z. Cai, and Q. Zhang: Differential evolution with composite trial vector generation strategies and control parameters, IEEE Trans. Evol. Comput., **15**-1, 55/66 (2011)

11) S. X. Zhang, S. Y. Zheng, and L. M. Zheng: An efficient multiple variants coordination framework for differential evolution, IEEE Trans. Cybern., **47**-9, 2780/2793 (2017)

12) R. Mallipeddi, P. N. Suganthan, Q.-K. Pan, and M. F. Tasgetiren: Differential evolution algorithm with ensemble of parameters and mutation strategies, Appl. Soft Comput., **11**-2, 1679/1696 (2011)

13) R. Tanabe and A. Fukunaga: Success-history based parameter adaptation for differential evolution, Proc. IEEE Congr. Evol. Comput., 71/78 (2013)

14) Y. Wang, H.-X. Li, T. Huang, and L. Li: Differential evolution based on covariance matrix learning and bimodal distribution parameter setting, Appl. Soft Comput., **18**, 232/247 (2014)

15) G. Wu, X. Shen, H. Li, H. Chen, A. Lin, and P. N. Suganthan: Ensemble of differential evolution variants, Inform. Sci., **423**, 172/186 (2018)

16) J. Liang, B. Qu, P. Suganthan, and A. G. Hernández-Díaz: Problem definitions and evaluation criteria for the CEC 2013 special session on real-parameter optimization, Comput. Intell. Lab., Zhengzhou Univ., Zhengzhou, China and Nanyang Tech. Univ., Singapore, Tech. Rep., **201212**-34, 281/295 (2013)

17) R. Storn and K. Price: Differential evolution–a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces, J. Glob. Optim., **11**-4, 341/359 (1997)